$S \circ f \circ S^{-1}$ est une S. directe de rapport $|\lambda|$de même angle que f.

$\Rightarrow$ $S \circ f \circ S^{-1}$ est une homothétie de même rapport que f.

d) $f = S_\Delta$ avec Δ passe par le centre wde S.

$S \circ f \circ S^{-1}$ est un antidéplacement qui fixe w.

$\Rightarrow$ $S \circ f \circ S^{-1}$ est une symétrie orthogonale d'axe passant par w.

2) S : Similitude indirecte de rapport k.

a) f : translation de vecteur non nul.

$S \circ f$ est une S.indirecte de rapport k.1=k

$\Rightarrow$ $S \circ f \circ S^{-1}$ est une S.directe de rapport $k.\frac{1}{k}=1$

$\Rightarrow S \circ f \circ S^{-1}$: déplacement

b) f = rotation d'angle $\propto \neq 0\ (2\pi)$

$S \circ f$ est une similitude indirecte de rapport $k \times 1 = k$.

$\Rightarrow$ $S \circ f \circ S^{-1}$ est une S. directe de rapport $k \times \frac{1}{k} = 1$.

$\Rightarrow$ $S \circ f \circ S^{-1}$ est un déplacement

c) f = homothétie de rapport $\lambda \neq 1$

$S \circ f \circ S^{-1}$ est une homothétie de même rapport.

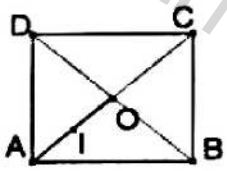
d) $f = S_\Delta$, $w \in \Delta$.

$S \circ f \circ S^{-1}$ est un anti-déplacement.

$S \circ f \circ S^{-1}(w) = w$

$S \circ f \circ S^{-1}$ est une symétrie orthogonale.

EXERCICE 3 :



1)a) AB≠0 et OI≠0 d'où il existe une unique similitude directe S tels que S(A)=0 et S(B)=I

b) $\frac{OI}{AB} = \frac{\frac{1}{2}AO}{AB} = \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OI}) \equiv (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AO}) + (\overrightarrow{AO},\overrightarrow{OI})\ (2\pi)$

$\equiv \frac{\pi}{4} + \pi\ (2\pi)$

$\equiv -3\frac{\pi}{4}\ (2\pi)$

S est de rapport $\frac{\sqrt{2}}{4}$ et d'angle $(-3\frac{\pi}{4})$

2) a) R=(A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)

$z_{A=0}$ $\quad z_{0=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i}$

$z_{B=1}$ $\quad z_I = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$

L'écriture complexe de S est de la forme z'=az+b

$\begin{cases} S_{(A)} = 0 \\ S_{(B)} = I \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} z_0 = a.z_A + b \\ z_I = a.z_B + b \end{cases}$

$\Longleftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \\ a + b = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i \end{cases} \Longleftrightarrow$

$\begin{cases} b = \frac{1}{2}(1+i) \\ a = -\frac{1}{4}(1+i) \end{cases}$

D'où S : $M_{(z)} \longrightarrow M'_{(z')}$

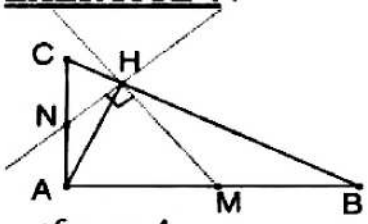
Tels que : $z' = -\frac{1}{4}(1+i).z + \frac{1}{2}(1+i)$

b) Soit Ω : le centre de S ; $S_{(\Omega)} = \Omega$

$\Rightarrow z_\Omega = -\frac{1}{4}(1+i).z_\Omega + \frac{1}{2}(1+i)$

$\Longrightarrow z_\Omega = \frac{2}{13}(3+2i)$

EXERCICE 4 :



1) $\begin{cases} f_{(B)} = A \\ f_{(A)} = C \end{cases}$

f est de rapport k=$\frac{AC}{AB}$ d'angle

$(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) + \pi(2\pi)$

$= \frac{\pi}{2} + \pi(2\pi)$

$= -\frac{\pi}{2}(2\pi)$

Soit w son centre

- f(B)=A $\Longrightarrow$ w appartenant à (C_1) : cercle de diamètre $[BA]$(car f est d'angle $(-\frac{\pi}{2})$.)
- f(A)=C $\Longrightarrow$ $w \in (C_2)$: cercle de diamètre $[AC]$

d'où $w \in (C_1) \cap (C_2) = \{A, H\}$

et Comme f(A)≠A alors w=H

Conclusion :

f de rapport $\frac{AC}{AB}$ d'angle $-\frac{\pi}{2}$ de centre H.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn